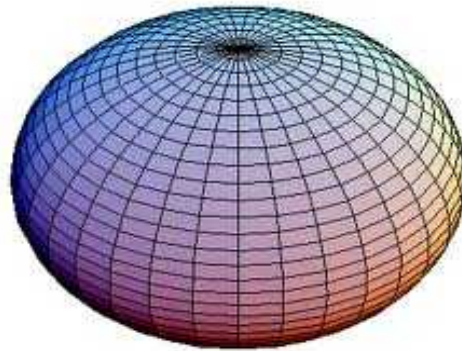
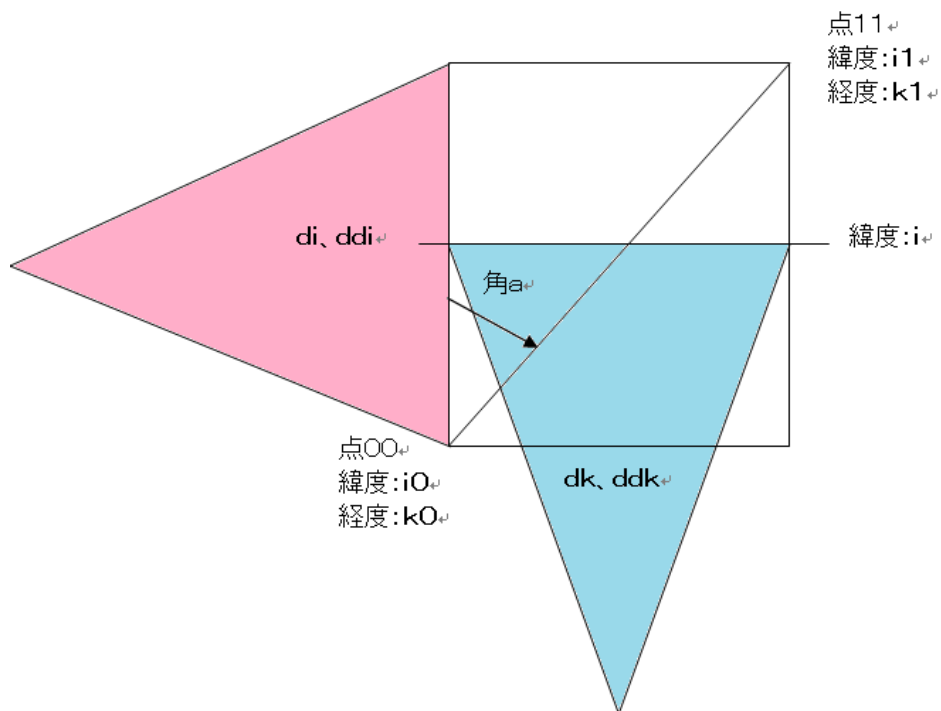


# ヒュベニの式を用いた、緯度・経度と距離・方位の相互変換の解説

2014/2/22 M,Yokota



地球の形状(回転楕円体)と緯度・経度



平面座標系と緯度線、経度線

点00緯度(度):  $i_0$

点00経度(度):  $k_0$

点11緯度(度):  $i_1$

点11経度(度):  $k_1$

点00から見た点11の方向(度):  $a$

目標点距離(m):  $d$

緯度偏移(度):  $d_i = i_1 - i_0$

経度偏移(度):  $d_k = k_1 - k_0$

平均緯度(度):  $i = (i_1 + i_0) / 2$

点00緯度(ラジアン):  $I_0$

点00経度(ラジアン):  $K_0$

点11緯度(ラジアン):  $I_1$

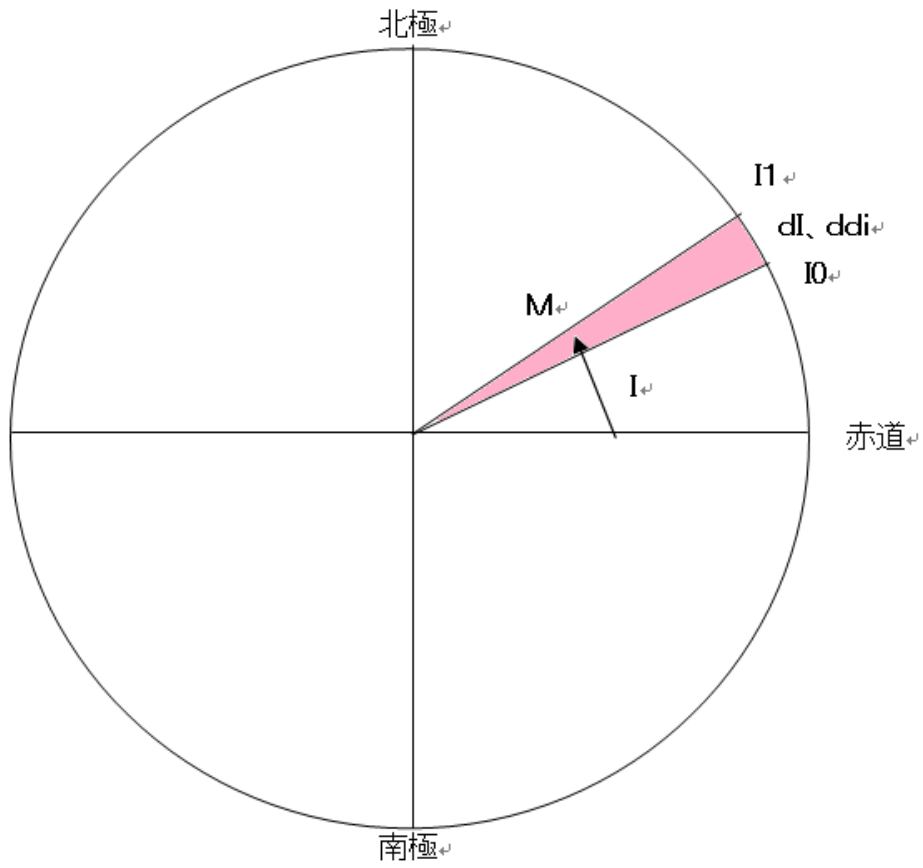
点11経度(ラジアン):  $K_1$

点00から見た点11の方向(ラジアン):  $A$

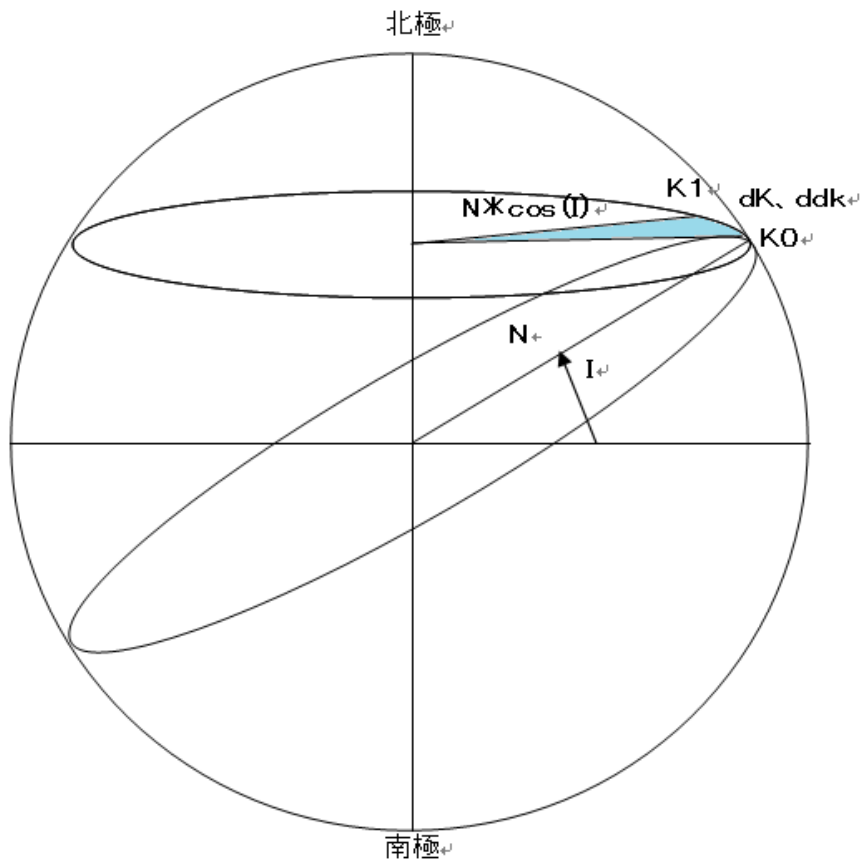
緯度偏移(ラジアン):  $dI$

経度偏移(ラジアン):  $dK$

平均緯度(ラジアン):  $I$



緯度線と子午線曲率半径



経度線と卯酉(ぼうゆう)線曲率半径

ヒュベニの公式による近似式を用いて

子午線曲率半径(観測点の南北方向大円の近似半径)

$$M = R_x (1 - E^2) / W^3$$

卯酉(ぼうゆう)線曲率半径(観測点の東西方向大円の近似半径)

$$N = R_x / W$$

子午線・卯酉線曲率半径の分母

$$W = \text{SQRT}(1 - E^2 * \sin(I)^2)$$

(大円:球の中心を通る円。半径は最も大きくなる。)

WGS84 (GPSで使用する楕円回転体)の定数

(世界測地系で使用するGRS80楕円体との差はわずか)

R<sub>x</sub>:赤道半径(m)            6378137.0000000

E<sub>2</sub>:離心率(e<sup>2</sup>)            0.00669437999019758000

とすると、下記の関係が成立するので、相互に変換できる。

緯度方向(南北)の距離  $ddi = di * M$

緯度偏移(ラジアン):  $di = ddi / M$

経度方向(東西)の距離:  $ddk = dK * N * \cos(I)$

経度偏移(ラジアン):  $dK = ddk / (N * \cos(I))$

2点間の距離(m):  $d = \text{SQRT}((di * M)^2 + (dK * N * \cos(I))^2)$

点00から見た点11の方向(ラジアン):  $A = \text{ATAN}(ddk / ddi)$

注)

角度、緯度経度の小文字の単位(a,i,j)度、大文字の単位(A,I,K)ラジアン

通常、緯度の表記は、 $\phi$ 、 $B$ 、lat(itude)、経度の表記は、 $\lambda$ 、 $L$ 、lon(gitude)を使用するが、わかりやすくするために、それぞれ、 $i$ 、 $k$ を用いた。

### ヒュベニの公式

$$2 \text{点間の距離 } D = \text{SQRT}((A_y * M)^2 + (A_x * N * \cos(P))^2)$$

A<sub>x</sub>: 2点の経度の差

A<sub>y</sub>: 2点の緯度の差

P : 2点の緯度の平均

$M = R_x (1 - e^2) / W^3$ : 子午線曲率半径

$N = R_x / W$ : 卯酉線曲率半径

$W = \text{SQRT}(1 - E^2 * \sin(P)^2)$ : 子午線・卯酉線曲率半径の分母

$e = \text{SQRT}((R_x^2 - R_y^2) / R_x^2)$ : 第1離心率

Rx: 長半径 (赤道半径)

Ry: 短半径 (極半径)

E2 = e^2: 第 2 離心率

### 緯度・経度、距離、方位 緯度・経度

2点間の距離 (m) : d

方位 (ラジアン) : A

2点の緯度の平均 (ラジアン) :  $l = (l_0 + l_1) / 2$

2点の緯度の差 (ラジアン) :  $dl = d * \cos(A) / M$

2点の経度の差 (ラジアン) :  $dK = d * \sin(A) / (N * \cos(l))$

1.i (2点の緯度の平均) を仮に  $i_0$  とおいて計算、仮の  $d_i$  (第1近似) を求める

2.i (2点の緯度の平均) を  $i_0 + (\text{仮の } d_i) / 2$  とおいて再計算 (第2近似)

### VBA 関数サンプル

Function ido( $i_0$ ,  $k_0$ , d, a)

' $i_0$ : 出発点緯度 (度)

' $k_0$ : 出発点経度 (度)

'd : 目標点距離 (m)

'a : 目標点方位 (度)

'ido: 出発点から距離 d (m)、方位 a (度) 地点の緯度 (度)

Pi = Application.WorksheetFunction.Pi() '

Rx = 6378137# '赤道半径(m)

E2 = 6.69437999019758E-03 '第 2 離心率(e^2)

WT = Sqr(1 - E2 \* Sin( $i_0$  \* Pi / 180) ^ 2) '仮の W (第1近似)

MT = Rx \* (1 - E2) / WT ^ 3 '仮の M (第1近似)

diT = d \* Cos(a \* Pi / 180) / MT '仮の  $d_i$  (第1近似)

i =  $i_0$  \* Pi / 180 + diT / 2

W = Sqr(1 - E2 \* Sin(i) ^ 2)

M = Rx \* (1 - E2) / W ^ 3

di = d \* Cos(a \* Pi / 180) / M

ido =  $i_0$  + di \* 180 / Pi

End Function

## VBA 関数サンプル

Function keido(i0, k0, d, a)

'i0: 出発点緯度(度)

'k0: 出発点経度(度)

'd : 目標点距離 (m)

'a : 目標点方位(度)

'keido: 出発点から距離 d(m)、方位 a(度)地点の経度(度)

Pi = Application.WorksheetFunction.Pi() '

Rx = 6378137# '赤道半径(m)

E2 = 6.69437999019758E-03 '第 2 離心率(e^2)

WT = Sqr(1 - E2 \* Sin(i0 \* Pi / 180) ^ 2) '仮の W(第 1 近似)

MT = Rx \* (1 - E2) / WT ^ 3 '仮の M(第 1 近似)

diT = d \* Cos(a \* Pi / 180) / MT '仮の di(第 1 近似)

i = i0 \* Pi / 180 + diT / 2

W = Sqr(1 - E2 \* Sin(i) ^ 2)

N = Rx / W

dk = d \* Sin(a \* Pi / 180) / (N \* Cos(i))

keido = k0 + dk \* 180 / Pi

End Function

## 2 点の緯度・経度 距離、方位

2 点の緯度の平均(ラジアン) : l = (l0 + l1) / 2

2 点の緯度の差(ラジアン) : dl

2 点の経度の差(ラジアン) : dK

緯度方向距離差 (m) : ddi = dl \* M

経度方向距離差 (m) : ddk = dK \* N \* cos(l)

2 点間の距離 (m) : d = SQRT(ddi^2 + ddk^2)

方位(ラジアン) : A = atan2(ddi, ddk)

## VBA 関数サンプル

Function Dist(i0, k0, i1, k1)

'i0: 出発点緯度(度)

'k0: 出発点経度(度)

'i1: 到達点緯度(度)

'k2:到達点経度(度)

'Dist:2点の距離(m)

Pi = Application.WorksheetFunction.Pi() '

Rx = 6378137# '赤道半径(m)

E2 = 6.69437999019758E-03 '第2離心率(e^2)

di = i1 - i0

dk = k1 - k0

i = (i0 + i1) / 2

W = Sqr(1 - E2 \* Sin(i \* Pi / 180) ^ 2)

M = Rx \* (1 - E2) / W ^ 3

N = Rx / W

Dist = Sqr((di \* Pi / 180 \* M) ^ 2 + (dk \* Pi / 180 \* N \* Cos(i \* Pi / 180)) ^ 2)

End Function

### VBA 関数サンプル

Function Dir(i0, k0, i1, k1)

'i0:出発点緯度(度)

'k0:出発点経度(度)

'i1:到達点緯度(度)

'k2:到達点経度(度)

'Dir:出発点からみた到達点の方位(度)

Pi = Application.WorksheetFunction.Pi() '

Rx = 6378137# '赤道半径(m)

E2 = 6.69437999019758E-03 '第2離心率(e^2)

di = i1 - i0

dk = k1 - k0

i = (i0 + i1) / 2

W = Sqr(1 - E2 \* Sin(i \* Pi / 180) ^ 2)

M = Rx \* (1 - E2) / W ^ 3

N = Rx / W

ddi = di \* Pi / 180 \* M

$$ddk = dk * \text{Pi} / 180 * N * \text{Cos}(i * \text{Pi} / 180)$$

$$a = (\text{Application.WorksheetFunction.Atan2}(ddi, ddk) * 180 / \text{Pi} + 360)$$

If (a >= 360) Then a = a - 360

Dir = a

End Function

上記の VBA 関数サンプルは下記の範囲で有効

緯度(度):北緯 0~90、南緯 -0~-90

南緯*i*度 - (北緯)*i*度

経度(度):東経 0~180、西経 0~-180

西経*k*度 - (東経)*k*度

極付近の計算で緯度が 90 度を超える場合と

経度 180 度付近の計算で経度が 180 度をまたぐ場合以外は

正しい結果が得られる。

50km 程度までの精度、 $10^{-5}$  程度？

緯度(度)

絶対値が 90 度を超えた場合

±ABS(180 度 - *i*度)、*k*度 *k*度 + 180 度 (*k*>180 度なら *k*度 - 360 度)と解釈する

経度(度)

±180 度をまたぐ場合

西経*k*度 東経(360 度 - *k*度)と解釈する

以下参考

精度

ヒュベニの公式:

50km 以下では Lambert-Andoyer の公式 ( $10^{-5}$ ) 以下の誤差

Lambert-Andoyer の公式 (航海算法):

距離によらず  $10^{-5}$  以下の誤差

カシミールのヒュベニの距離計算式 (旧日本測地系:ベッセル楕円体)

$$R_x * (1 - e^2) = 6377397 * (1 - 0.006674) = 6334834$$

$$W = \text{SQRT}(1 - e^2 * \sin(P)^2) = \text{SQRT}(1 - 0.006674 * \sin(P)^2)$$

$$M = R_x (1 - e^2) / W^3 = 6334834 / \text{SQRT}((1 - 0.006674 * \sin(P) * \sin(P))^3)$$

$$N = R_x / W = 6377397 / \text{SQRT}(1 - 0.006674 * \sin(P) * \sin(P))$$

### 磁気変移

日本列島における標準的な地磁気分布を表す近似式

D2010.0

$$= 7^\circ 40.585 + 19.033 \quad -6.265 \quad + 0.009 \quad ( \quad )^2 + 0.024 \quad -0.591 \quad ( \quad )^2$$

$$= -37^\circ \text{ N}, \quad = -138^\circ \text{ E}$$

は緯度, は経度で角度の度単位

### 参考URL

二地点の緯度・経度からその距離を計算する

<http://yamadarake.jp/trdi/report000001.html>

### カシミール / 計算式

[http://www.kashmir3d.com/kash/manual/std\\_siki.htm](http://www.kashmir3d.com/kash/manual/std_siki.htm)

日本列島における標準的な地磁気分布を表す近似式

[http://vlodb.gsi.go.jp/sokuchi/geomag/menu\\_04/approximate\\_expression.html](http://vlodb.gsi.go.jp/sokuchi/geomag/menu_04/approximate_expression.html)